

ПРИЛОЖЕНИЕ

Компьютерные программы моделирования

Программа MCh1

```
%Задача о пьяном матросе. Индивидуальная реализация случайных
блужданий.
x=[];X=[];
m=5;%число шагов в баре
N=20;%число шагов матроса
x(1)=1;%его начальное положение
X=zeros(m+1,N);X(1,1)=x(1);%заготовка матрицы «Положение-номер
шага». Состояние (m+1) за дверью
%Сама игра
for i=1:N
    if x(i)==1;x(i+1)=2;%первый шаг от стойки
    else z=rand;if z<.5;x(i+1)=x(i)+1;
else x(i+1)=x(i)-1;end;end%случайный выбор промежуточного шага
    if x(i+1)==m+1,K=i+1;X(x(i+1),K)=1;break;end %вышел
    X(x(i+1),i+1)=1;%заполнение матрицы «Положение-номер шага»
end
if i+1<N;k=1;else;k=0;end;k %фиксация выхода
% Графический вывод. Если нужен только график матрицы, поставьте % у
16,17
figure(1);for j=1:i;bar(x(j),1,'g');
axis([.5 m+1+.5 0 1.5]);pause(1);hold off;end;
bar(x(i+1),1.5,'m');axis([.5 m+1+.5 0 1.5]);
figure(2);colormap(white);
bar3(X(:,1:N));
axis([.5 N+.5 .5 m+1+.5 0 1.0]);
ylabel('cell number');xlabel('step number')
```

Программа MCh2

```
% Задача о пьяном матросе. Вычисление вероятностей по индивидуальным
реализациям
x=[];k=0;
m=5;%число шагов в баре
Nmax=100;%для графика
N=20;%число шагов матроса
x(1)=1;% его начальное положение
Ntest=50;число испытаний: чем больше, тем точнее
for q=1:Ntest;
% индивидуальные реализации
    for i=1:N
        if x(i)==1;x(i+1)=2;
    else z=rand;if z<.5;x(i+1)=x(i)+1;
    else x(i+1)=x(i)-1;end;end
    if x(i+1)==m+1;K=i+1;break;end
    end
    if i+1<N;k(q)=1;else;k(q)=0;end;%индикация выхода
    end
    probab=sum(k)/Ntest %вероятность выхода
%Графический вывод
figure(1);plot(N,probab,'*k');
axis([0 Nmax 0 1]);xlabel('number of steps given');
ylabel('probability to leave');hold on
```

Программа MCh3

```
%Задача о пьяном матросе. Матричная модель
m=5;%число шагов в баре
d=.5;
%вычисление матрицы переходных вероятностей
P=zeros(m+1,m+1);
for i=1:m;P(i,i+1)=d;P(i+1,i)=d;end;P(2,1)=1;P(m,m+1)=0;
for i=1:m+1;P(i,i)=1-sum(P(:,i));end
%Начальный вектор состояния
S0=zeros(m+1,1);S0(1)=1;
S(:,1)=S0;
N=100;%Число шагов матроса
%Сама игра
for i=1:N
    S(:,i+1)=P*S(:,i);
end
Sd=diff(S(m+1,:));%Вычисление дифференциального выхода
im=[1:N]*Sd;%среднее число шагов до выхода
figure(1);colormap(white);bar3(S);
axis([ 1 N .5 m+1+.5 0 1]);
set(gca,'DataAspectRatio',[7 1 .2]);
ylabel('cell number');
xlabel('transition number');
zlabel('probability')
figure(2);stairs(S(m+1,:), 'k');axis([ .5 N+.5 0 1]);
grid on;xlabel('transition number');
ylabel('probability to leave');
figure(3);stairs(Sd, 'k');hold on;
line([im im],[0 max(Sd)], 'linewidth', 2);grid on;
xlabel('transition number');
ylabel('probability to leave at the i-th step')
```

Программа MCh4

```
% Задача о пьяном матросе. Несимметричные шаги. Диффузия.
x=[];k=0;S=[];P=[];
m=5;%число шагов в баре
d=.0;%симметричная часть переходов
v=.1;%несимметричная часть переходов. Направлена вправо
vf=.7;%вероятность покинуть последнюю рабочую ячейку
%Матрица
P=zeros(m+1,m+1);
for i=1:m;
P(i,i+1)=d;P(i+1,i)=d+v;end;P(m,m+1)=0;P(m+1,m)=vf;
for i=1:m+1;
P(i,i)=1-sum(P(:,i));end;P(m+1,m)=1;P(m,m)=0;P(m-1,m)=0;
if min(min(P))<0;warning='Matrix is incorrect',break;end
%проверка матрицы на неотрицательность элементов
%Начальный вектор состояния
S0=zeros(m+1,1);S0(1)=1;
S(:,1)=S0;
N=150;%число шагов (переходов)
for i=1:N
    S(:,i+1)=P*S(:,i);
end
Sd=diff(S(m+1,:));%Дифференциальный выход (поток в абсорбер)
im=[1:N]*Sd';%среднее число шагов до выхода - среднее время
пребывания
%Графический вывод результатов
figure(1);colormap(white);bar3(S);
pbaspect([2 1 1]);
axis([.5 N+1+.5 .5 m+1+.5 0 1]);ylabel('cell number');
xlabel('transition number');zlabel('probability')
figure(2);stairs(Sd,'k');hold on;
line([im im],[0 max(Sd)],'linewidth',2);grid on;
axis([ .5 N+.5 0 1.1*max(Sd)]);
xlabel('transition number');ylabel('outflow')
```

Программа MCh5

```
% Одномерная диффузия
x=[];k=0;S=[];P=[];Sf=[];
m=5;%число рабочих ячеек
d=.3;v=.1;vf=.1;%параметры процесса

%Построение матрицы
P=zeros(m+1,m+1);
for
i=1:m;P(i,i+1)=d;P(i+1,i)=d+v;end;P(m,m+1)=0;P(m+1,m)=vf;
for i=1:m+1;P(i,i)=1-sum(P(:,i));end;
if min(min(P))<0;warning='Matrix is incorrect',break;end

%Начальный вектор состояния
S0=zeros(m+1,1);S0(1)=1;
S(:,1)=S0;

N=299;%Число переходов
Sf=zeros(m+1,N);
for i=1:N
%Вектор подачи (выберите один, остальные закройте %)
%if i==1;Sf(1,i)=1;else Sf(1,i)=0;end;o=1;%одноразовый впрыск
Sf(1,i)=1;o=3;%непрерывная постоянная подача
%Tf=60;Sf(1,i)=1+.2*sin(2*pi*i/Tf);o=5;%синусоидальная подача
с периодом Tf
%Эволюция состояния
S(:,i+1)=P*S(:,i)+Sf(:,i);
end
Sd=diff(S(m+1,:));%Дифференциальный выход
im=[1:N]*Sd';%Среднее время пребывания - имеет смысл только для
одноразового впрыска
figure(1);colormap(white);bar3(S(1:m,:));
pbaspect([2 1 1]);
axis([.5 N+.5 .5 m+1+.5 0 1.1*max(max(S(1:m,:)))]);
figure(2);subplot(3,2,o);plot(Sf(1,:));
hold off;subplot(3,2,o+1);plot(diff(S(m+1,:)));hold on
```

Программа MCh6

```
%Задача о пьяном матросе. Двухмерный случай
s=[];v=[];S=[];g=[];
n=3;m=4;% Размеры бара в шагах: (m-1) вдоль, n поперек. Программа
%записана ТОЛЬКО для этих значений.
s=zeros(n,m);
Nt=1;%Число испытаний
g=zeros(1,Nt);
for h=1:Nt;
    s=zeros(n,m);
N=20;%Число шагов матроса
s(2,1)=1;S=zeros(m*n,1);S(:,1)=reshape(s,m*n,1);
for k=1:N
    if s(2,1)==1;z=rand;if z<1/3;s(2,2)=1;end;
    if z>1/3 & z <2/3;s(1,1)=1;end;
    if z>2/3 & z<3/3;s(3,1)=1;end;
    s(2,1)=0;S(:,k+1)=reshape(s,m*n,1);s=zeros(n,m);end
    if s(1,1)==1;z=rand;if z<.5;s(1,2)=1;else s(2,1)=1;end;
    s(1,1)=0;S(:,k+1)=reshape(s,m*n,1);s=zeros(n,m);end;
    if s(3,1)==1;z=rand;if z<.5;s(3,2)=1;else
    s(2,1)=1;end;s(3,1)=0;
    S(:,k+1)=reshape(s,m*n,1);s=zeros(n,m);end;
    if s(1,2)==1;z=rand;if z<1/3;s(1,1)=1;end;
    if 1/3<z & z<2/3;s(1,3)=1;end;
    if 2/3<z & z<3/3;s(2,2)=1;end;s(1,2)=0;
    S(:,k+1)=reshape(s,m*n,1);s=zeros(n,m);end
    if s(3,2)==1;z=rand;if z<1/3;s(3,1)=1;end;
    if 1/3<z & z<2/3;s(3,3)=1;end;
    if 2/3<z & z<3/3;s(2,2)=1;end;s(3,2)=0;
    S(:,k+1)=reshape(s,m*n,1);s=zeros(n,m);end
    if s(3,3)==1;z=rand;if z<.5;s(3,2)=1;
    else s(2,3)=1;end;s(3,3)=0;
    S(:,k+1)=reshape(s,m*n,1);s=zeros(n,m);end;
    if s(1,3)==1;z=rand;if z<.5;s(1,2)=1;
    else s(2,3)=1;end;s(1,3)=0;
    S(:,k+1)=reshape(s,m*n,1);s=zeros(n,m);end;
    if s(2,2)==1;z=rand;if z<1/4;s(2,3)=1;end;
    if 1/4<z & z<2/4;s(2,1)=1;end;
    if 2/4<z & z<3/4;s(3,2)=1;end;
    if 3/4<z & z<4/4;s(1,2)=1;end;s(2,2)=0;
    S(:,k+1)=reshape(s,m*n,1);s=zeros(n,m);end
```

```

if s(2,3)==1;z=rand;if z<1/4;s(2,2)=1;end;
if 1/4<z & z<2/4;s(1,3)=1;end;
if 2/4<z & z<3/4;s(3,3)=1;end;
if 3/4<z & z<4/4;s(2,4)=1;end;s(2,3)=0;
S(:,k+1)=reshape(s,m*n,1);s=zeros(n,m);end
s=reshape(S(:,k+1),3,4);
if S(11,k+1)==1;g=g+1;break;end%конец игры - вышел
end;end
prob=g/Ntest;%вероятность выхода
% Если Ntest>1, то лучше закрыть figure(1) знаком %
figure(1);
for w=1:k+1;bar3(reshape(S(:,w),3,4));pause(.1);
hold off;end
figure(2);plot(N,prob,'*k');hold on;axis([1 160 0 1])

```

Программа MCh7

```

%Dвухмерная диффузия с перегородкой между  $j=m/2$  и  $j=m/2+1$ 
S=[];Sm=[];P=[];q=[];
n=5;m=10; %Размеры области в числах ячеек
d=0.2;v=.2; %Параметры процесса
Sm0=zeros(n,m);Sm0(5,1)=1;
S(:,1)=reshape(Sm0,n*m,1);
%Основная матрица
P=zeros(n*m);
for i=1:n*m-n;P(i,i+n)=d;P(i+n,i)=d+v;end
for i=1:n*m-1;P(i,i+1)=d;P(i+1,i)=d;end
for i=1:m-1;P(i*n,i*n+1)=0;P(i*n+1,i*n)=0;end;
% «Установка» перегородки
for i=1:n;P(n*m/2+i,n*m/2-n+i)=0;end;
P(n*m/2+1,n*m/2-n+1)=d+v;
for i=1:n;P(n*m/2-n+i,n*m/2+i)=0;end;
P(n*m/2-n+1,n*m/2+1)=d;
%Диагональные элементы
for i=1:n*m;P(i,i)=1-sum(P(:,i));end;

N=260;%Число переходов
for k=1:N
    S(:,k+1)=P*S(:,k);
end
figure(1);colormap(autumn)
%Варианты графического вывода. Попробуйте все

%for i=1:N;Sm=reshape(S(:,i),n,m);bar3(Sm');
%axis([.5 n+.5 .5 m+.5 0.25*max(max(Sm0))]);pause(.1);
%hold off;end

%for i=1:N;Sm=reshape(S(:,i),n,m);surf(Sm);
%axis([.5 m+.5 .5 n+.5 0.25*max(max(Sm0))]);pause(.1);
%hold off;end

%for i=1:N;Sm=reshape(S(:,i),n,m);contourf(Sm,20);
%axis([.5 m+.5 .5 n+.5]);pause(.1);hold off;end

%Sm=reshape(S(:,N),n,m);bar3(Sm);
%axis([.5 m+.5 .5 n+.5 0 max(max(Sm0))]);hold off

```


Программа MCh8

```
%Два устройства
P=[];v=[];w=[];W=[];A=[];
n1=1/20;%плотность потока отказов устройства 1
n2=2/20;% плотность потока отказов устройства 2
m1=2/20;%плотность потока окончаний ремонта устройства 1
m2=6/20;% плотность потока окончаний ремонта устройства 2
D1=5;D2=10;%доходы
%Матрица
P=[1-n1-n2      m1      m2      0
    n1      1-m1-n2      0      m2
    n2      0      1-m2-n1      m1
    0      n2      n1      1-m1-m2];
[v,w]=eig(P);W=diag(w)';
for i=1:4;if abs(W(i)-1)<10^(-5);f=i;end;end;
Sa=v(:,f)./sum(v(:,f));%асимптотические состояния
D=(D1+D2)*Sa(1)+D2*Sa(2)+D1*Sa(3)%полный чистый доход
figure(1);bar(Sa);
xlabel('state number');ylabel('probability')
```

Программа MCh9

```
%Многоканальная система обслуживания с отказами
P=[];v=[];w=[];W=[];A=[];
M=4;%число состояний =число каналов + 1
o=1;%положение графика на сетке 2x2
n=1.5/10;%плотность потока заявок
m=.5/10;%плотность потока окончаний обслуживания
%Матрица
P=zeros(M);
for i=1:M-1;P(i+1,i)=n;P(i,i+1)=i*m;end;for i=1:M;P(i,i)=1-
sum(P(:,i));end
[v,w]=eig(P);W=diag(w)';
for i=1:M;if abs(W(i)-1)<10^(-5);f=i;end;end;f
Sa=v(:,f)./sum(v(:,f));%асимптотическое распределение
figure(1);
subplot(2,2,o);bar(Sa);axis([.4 7.6 0 .5])
```

Программа MCh10

```
%Одноканальная система обслуживания с ограниченной очередью
P=[];v=[];w=[];W=[];A=[];
M=5;%число состояний=длина очереди+2
o=1;%положение графика на сетке 1x2
n=1/2;%плотность потока заявок
m=.5/2;%плотность потока окончания обслуживания
ra=n/m;%их отношение
%Матрица
P=zeros(M);
for i=1:M-1;P(i+1,i)=n;P(i,i+1)=m;end;
for i=1:M;P(i,i)=1-sum(P(:,i));end
[v,w]=eig(P);W=diag(w)';
for i=1:M;if abs(W(i)-1)<10^(-5);f=i;end;end;f
Sa=v(:,f)./sum(v(:,f))%асимптотические состояния
line=[1:1:M-2]*Sa(3:M)%средняя длина очереди
time=line/n%среднее время стояния в очереди
figure(1);
subplot(2,2,o);bar(Sa);grid on;axis([.4 8.6 0 .6])
```

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
ВВЕДЕНИЕ	3
В.1. Что такое цепи	3
В.2. История возникновения теории цепей Маркова	4
В.3. О чём это пособие	5
1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПЕРАТОРЫ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ МАРКОВА	6
1.1. Виды случайных процессов	6
1.2. Графы цепей Маркова. Матрица переходных вероятностей. Вектор состояния. Начальный вектор	12
1.3. Некоторые дополнительные замечания	23
2 СЛУЧАЙНЫЕ БЛУЖДЕНИЯ И ПРОЦЕСС ДИФФУЗИИ ЧАСТИЦ	25
2.1. Простейшая схема блуждания по прямой. Задача о «пьяном матросе»	25
2.2. Одномерная диффузия. Виды и влияние краевых условий.	34
2.3. Диффузия с источниками или процесс с порождением частиц	42
2.4. Случайные блуждания и диффузия на плоскости	45
3 ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ	55
3.1. Классификация систем массового обслуживания	55
3.2. Основные понятия и простейшие модели	57
3.3. Многоканальная СМО с отказами	62
3.4. Одноканальная СМО с очередью	65
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	68
ПРИЛОЖЕНИЕ. Компьютерные программы моделирования	69

Баранцева Елена Александровна
Мизонов Вадим Евгеньевич

ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ЦЕПЕЙ МАРКОВА И ЕЕ ИНЖЕНЕРНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ
Учебное пособие

Редактор Н.Б. Михалева

Подписано в печать

Формат 60x84 1/16

Печать плоская. Усл. печ. л. 4,65. Уч.-изд. л. 5,6. Тираж 100 экз.

ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет им. В.И. Ленина»
153003 г.Иваново, ул. Рабфаковская, 34